**Лекція**

**Тема:** **Паралелепіпед.**

**Мета:** формування понять: паралелепіпед, прямий і похилий паралелепіпед; вивчення властивостей граней, діагоналей паралелепіпеда, формування понять: прямокутний паралелепіпед, лінійні виміри прямокутного паралелепіпеда; вивчення властивостей діагоналей прямокутного паралелепіпеда.

**План лекції:**

**1. Паралелепіпед.**

**2. Прямий і похилий паралелепіпед.**

**3.Прямокутний паралелепіпед.**

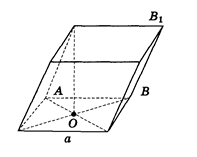
**4. Властивості паралелепіпеда.**

**5. Площа поверхні об’єм паралелепіпеда..**

**1. Паралелепіпед.**

***Паралелепіпедом***називається призма, основа якої — паралелограм.

Усі шість граней паралелепіпеда — паралелограми (рис. 1). Проти­лежні грані паралелепіпеда рівні й лежать у паралельних площинах, протилежні ребра рівні й паралельні.

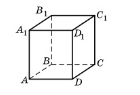


***Рис.1***

**2. Прямий і похилий паралелепіпед.**

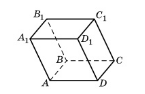
Паралелепіпед, бічні ребра якого перпендикулярні до площини основи називають ***прямим паралелепіпедом.*** Його бічні грані – прямокутники, , а основи - паралелограми.

На рисунку 2 зображено прямий паралелепіпед.



***Рис. 2***

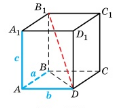
Якщо бічні ребра паралелепіпеда не перпендикулярні до площини основи, його називають ***похилим паралелепіпедом.*** На рисунку 3 зображено похилий паралелепіпед.



***Рис.3***

**3.Прямокутний паралелепіпед.**

Прямокутним паралелепіпедом називають прямий паралелепіпед, основою якого є прямокутник. (рис.4)



***Рис.4***

Всі грані прямокутного паралелепіпеда є прямокутниками, а всі двогранні кути – прямими. Довжина тьох ребер прямокутного паралелепіпеда, які виходять з однієї вершини, називають *вимірами (або лінійними вимірами)* прямокутного паралелепіпеда.

На рис.4 **АВ=а**, **АD=b, А=с –** виміри прямокутного паралелепіпеда. Даний прямокутний паралелепіпед має чотири ребра завдовжки **а,** чотири завдовжки – **b,** і чотири – завдовжки **с.**

**4. Властивості паралелепіпеда.**

Грані паралелепіпеда, які не мають спільних вершин, називають протилежними гранями. На рис.3 протилежними гранями є грані ***АВСD* і** , і ***DCC1D1, AA1D1D і BB1C1C.***

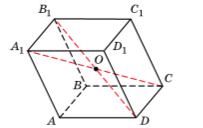
**1.** Протилежні грані паралелепіпеда паралельні та рівні.

2.У прямокутному паралелепіпеді всі грані – прямокутники.

**2**. Діагоналі паралелепіпеда перетинаються і точкою перетину діляться навпіл.

**3**. Квадрат діагоналі прямокутного паралелепіпеда дорівнює сумі квадратів тьох його вимірів: (рис.4)

**4.** Усі чотири діагоналі прямокутного паралелепіпеда рівні. (рис.5)



***Рис.5***

**5. Площа поверхні та об’єм паралелепіпеда**

**Прямий паралелепіпед:**

1. Площа бічної поверхні паралелепіпеда дорівнює добутку периметра основи на висоту:

, – приметр основи, - висота

1. Площа повної поверхні паралелепіпеда дорівнює сумі площі бічної поверхні і двох площ основи:

, – площа основи

1. Об’єм прямого паралелепіпеда дорівнює добутку площі основи на висоту:

**Прямокутний паралелепіпед**

1. Площа бічної поверхні:

*S*б = 2*c* (*a* + *b*), де *a*, *b* — сторони основи, *c* — бічне ребро прямокутного паралелепіпеда.

1. Площа повної поверхні:

Sп = 2(*ab* + *bc* + *ac*).

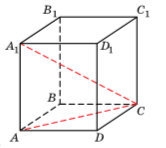
1. Об'єм:

*V* = *abc*, де *a*, *b*, *c* — виміри прямокутного паралелепіпеда.

**Приклади розв’язування задач**

**Задача 1**

Основою прямого паралелепіпеда є ромб зі стороною 8 см і тупим кутом Знайти довжину більшої діагоналі паралелепіпеда , якщо його висота дорівнює 2 см.



***Рис.6***

**Розв’язання:**

1. Нехай на рисунку 6 зображено прямий паралелепіпед ,

**–** ромб, = 8 см, **=.**

1. Оскільки є більшою діагоналлю ромба, то є більшою діагоналлю паралелепіпеда. (рис.6)
2. У за теоремою косинусів:

***- 2;***

**8** см.

1. У (**=):**

Відповідь: 14 см.

**Задача 2**

Сторони основи прямого паралелепіпеда дорівнюють 10 см і 17 см, а одна з діагоналей основи 21 см. Більша діагональ паралелепіпеда дорівнює 29 см. Знайти площу бічної поверхні паралелепіпеда.

**Розв’язання:**

1. Нехай ***a***=10 см і ***b***=17 см – сторони основи, =21 см – діагональ основи. За властивістю діагоналей паралелепіпеда : ,

звідки (cм)

Оскільки то більшою діагоналлю паралелепіпеда є та, проекцією якої на площину основи є діагональ основи завдовжки 21 см.

1. AC=21; 29 см (рис.6)

У ): =20 см.

1. Оскільки прямий паралелепіпед є видом прямої призми, то площу бічної поверхні прямого паралелепіпеда можна знайти за формулою : , де *P* – периметр основи, *l* – довжина бічного ребра.

Маємо: *P =* 2(10 + 17) = 54 см,

Відповідь:

**Задача 3**

Довжини основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 3 см і 5 см, а діагональ - Знайти площу повної поверхні паралелепіпеда.

**Розв’язання:**

1. *а* = 3см*, b* = 5 см*, d* = см.

Маємо:

; ;

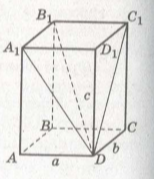
1. 5) = 62 ()

Відповідь:62 ()

**Задача 4**

Знайдіть площу поверхні прямокутного паралелепіпеда, діагональ якого дорівнює см, а діагоналі бічних граней – 13 см і 15 см.

**Розв’язання:**



***Рис.7***

Нехай – прямокутний паралелепіпед, у якого см,

(рис.7)

Позначимо виміри паралелепіпеда: .

Тоді за теоремою Піфагора:

;

;

=. Отримаємо систему рівнянь:

Віднявши від першого рівняння друге і третє, отримаємо:

, тоді

Отже, .

Тоді

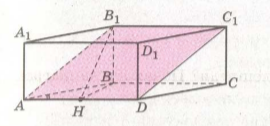
Оскільки

Відповідь:

**Задача 5**

основи прямого паралелепіпеда дорівнюють 6 см і 8 см, а кут між ними Знайдіть площу перерізу паралелепіпеда, який проходить через якщо висота паралелепіпеда дорівнює 4 см.

**Розв’язання:**



***Рис.8***

Переріз – паралелограм (рис.8).

Нехай – висота цього паралелограма. Тоді

Якщо , то за теоремою про три перепендикуляри

Якщо , то = 3см.

Тоді за теоремою Піфагора з

;= 16 + 9 = 25.

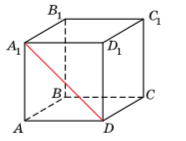
і

Відповідь:

**Задача 6**

Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 2 см і 8 см, а діагональ більшої за площею бічної грані дорівнює 10 см. Знайти об’єм паралелепіпеда.

**Розв’язання:**



***Рис.9***

1. Нехай – прямокутний паралелепіпед, см,

(рис.9)

1. У ):

=6 см.

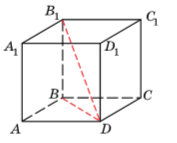
1. Маємо: V=

Відповідь:

**Задача 7**

Основою прямокутного праралелепіпеда є квадрат з діагоналлю 6 см. Знайти об’єм паралелепіпеда, якщо його діагональ нахилена до площини основи під кутом .

**Розв’язання:**



***Рис.10***

1. Об’єм паралелепіпеда :
2. Нехай – прямокутний паралелепіпед, у якого основа - квадрат, (рис.10)
3. Площа основи
4. У ):

(см), (см)

1. Тоді об’єм паралелепіпеда :

=108

Відповідь: 108

**Домашнє завдання.**

**Задача 1**

Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 2 см і 6 см, а діагональ – 7 см. Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

**Задача 2**

Знайдіть третій вимір прямокутного паралелепіпеда, якщо два його виміри дорівнюють 6 і 7 см, а діагональ паралелепіпеда дорівнює 11 см.

**Задача 3**

Знайдіть виміри прямокутного паралелепіпеда, якщо площі трьох його граней 42; 72; 84.

**Задача 4**

Сторони основи прямого паралелепіпеда 6 см і 8 см, а одна з діагоналей основи дорівнює см. Знайдіть діагоналі паралелепіпеда, якщо його бічне ребро дорівнює 5 см.

**Задача 5**

Знайдіть об’єм прямокутного паралелепіпеда, лінійні виміри якого дорівнюють:

2 дм, 7 дм і 5 дм.

**Задача 8**

Знайдіть об’єм прямокутного паралелепіпеда, площа основи якого дорівнює

30 а висота – 12 см.

***Самостійна робота*** *(законспектувати****)***

1.Куб та його властивості.

2.Обєм куба.

3.Діагональ куба.

4.Площа поверхні куба.

**Питання для самоконтролю:**

1.Яке тіло називають паралелепіпедом?

2.Що називають прямим паралелепіпедом, а що – похилим?

3.Що називають протилежними гранями паралелепіпеда?

4.Сформулюйте властивості паралелепіпеда.

5.Що називають прямокутним паралелепіпедом?

6.Що називають вимірами прямокутного паралелепіпеда?